

ZADANIE

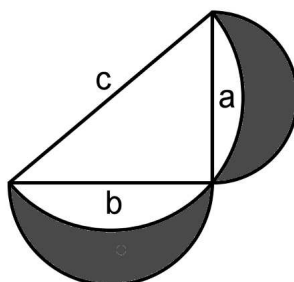
Dla I klasy liceum z B19

1. Metryczka zadania

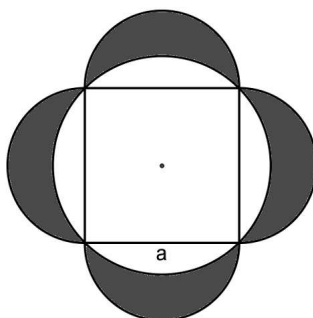
Oznaczenie zadania (numer)	Zakres materiału (wg podstawy programowej)	Szacowana łatwość (w skali: b. łatwe, łatwe, średniotrudne, trudne, b. trudne)	Maksymalna liczba punktów	Szacowany czas potrzebny na rozwiązanie (w min.)
B19-10	7.2	średniotrudne	9	12

2. Treść zadania

- A. Na przyprostokątnych trójkąta prostokątnego budujemy na zewnątrz półkola, a na przeciwprostokątnej półkole, w którym zawiera się dany trójkąt. Oblicz pole obszaru zaznaczonego na szaro na rysunku.



- B. Na kwadracie opisujemy koło i na każdym boku kwadratu na zewnątrz budujemy półkola. Oblicz pole figury zaznaczonej na rysunku. Porównaj wyniki z podpunktem A.



- C. Rozwiąż zadanie z podpunktu B dla sześciokąta foremnego. Skomentuj otrzymany wynik.

3. Modelowe rozwiązanie (jeżeli istnieją różne sposoby rozwiązywania to przynajmniej komentarz w tej kwestii)

- A. Oznaczmy przez a i b długości przyprostokątnych trójkąta.

Wtedy, zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa, przeciwprostokątna ma długość $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Ponieważ okrąg opisany na trójkącie prostokątnym ma środek w połowie przeciwprostokątnej,

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

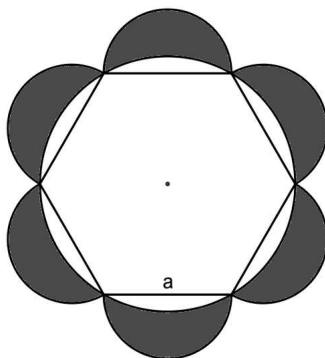
więc pole półkola zawierającego ten trójkąt wynosi $P_c = \frac{1}{8}\pi(a^2 + b^2)$. Pola półkoli zbudowanych na przyprostokątnych wynoszą odpowiednio: $P_a = \frac{1}{8}\pi \cdot a^2$ i $P_b = \frac{1}{8}\pi \cdot b^2$. Niech P_Δ będzie polem trójkąta i wynosi ono $\frac{1}{2}ab$. Zatem pole figury między półkolami wynosi $P_\Delta + P_a + P_b - P_c = \frac{1}{2}ab$.
Odpowiedź. Pole otrzymanej figury równa się polu trójkąta prostokątnego i wynosi $\frac{1}{2}ab$.

Uwaga. Figura ta nosi nazwę księżyców Hipokratesa.

- B. Niech a oznacza długość boku kwadratu. Pole koła P_K opisanego na tym kwadracie wyraża się wzorem $P_K = \frac{\pi \cdot a^2}{2}$. Niech P_a oznacza pole półkola zbudowanego na boku kwadratu. Wtedy $P_a = \frac{\pi \cdot a^2}{8}$. Pole P rozważanej figury wyraża się wzorem $P = a^2 + 4 \cdot P_a - P_K = a^2$.

Odpowiedź. Pole otrzymanej figury równa się polu kwadratu.

- C. Niech a oznacza długość boku sześciokąta foremnego (por. rys.).



Wiadomo, że promień okręgu opisanego na tym sześciokącie równa się jego długości boku. Zatem $P_K = \pi \cdot a^2$. Niech P_a oznacza pole półkola zbudowanego na boku sześciokąta foremnego. Wtedy pole tego półkola równa się $P_a = \frac{\pi \cdot a^2}{8}$. Niech P_S oznacza pole sześciokąta foremnego o boku a . Zatem $P_S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Stąd pole P rozważanej figury wynosi $P = P_S + 6 \cdot P_a - P_K = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi \cdot a^2}{4}$.

Odpowiedź. Pole otrzymanej figury równa się $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi \cdot a^2}{4}$.

Uwaga. Zauważmy, że prawidłowość z podpunktów A i B nie przenosi się na sześciokąt foremny.

4. Schemat oceniania

podpunkt	modelowe etapy rozwiązania zadania	liczba punktów
A	analiza tematu zadania (sporządzenie rysunku)	1
	skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa i wyznaczenie pól budowanych półkoli	1
	sformułowanie wniosku	1
B	analiza tematu zadania (sporządzenie rysunku)	1
	skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa i wyznaczenie pól budowanych półkoli	1
	sformułowanie wniosku	1
C	analiza tematu zadania (sporządzenie rysunku)	1
	skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa i wyznaczenie pól budowanych półkoli	1
	sformułowanie wniosku	1

5. Propozycje wykorzystania (na lekcji, praca domowa, zadanie dodatkowe, zadanie powtórkowe, praca samodzielna, materiały do MOODL-a itp.)

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

na lekcji, zadanie dodatkowe, zadanie projektowe

Projekt „Żyj twórczo. Zostań M@T.e-MANIAKIEM” jest współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**WYŻSZA SZKOŁA
EUROPEJSKA**
IM. KS. JÓZEFA TISCHNERA

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

